



## AJUSTE DE MODELOS MISTOS PARA *Pinus* sp.

Fabiano Rodrigues Pereira<sup>1</sup>, Natalino Calegario<sup>1</sup>, Thaís Chaves Almeida<sup>2</sup>, Thalles Loiola  
Dias<sup>2</sup>

1 Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG, Brasil. E-mail: fabiano.engflo@gmail.com; calegari@ufla.br; tdiasflorestal@gmail.com

2 Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, BA, Brasil. E-mail: florestal.thais@gmail.com  
Autor correspondente: Fabiano Rodrigues Pereira. E-mail: fabiano.engflo@gmail.com

### RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo a seleção de uma equação hipsométrica não linear que melhor se ajuste à base de dados em estudo, expandir a equação para a forma mista, com efeitos aleatórios associados às unidades amostrais, e verificar se houve ganho de precisão das previsões. Os dados foram obtidos a partir do inventário florestal de plantios de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, com espaçamento de 2,5 x 2 m na região do triângulo mineiro, no estado de Minas Gerais. Foram ajustados seis modelos hipsométricos não lineares, utilizando a linguagem R. Inicialmente, todos os parâmetros dos modelos foram considerados como fixos e o melhor modelo foi expandido por meio da modelagem mista com parâmetros aleatórios associados às unidades amostrais e selecionou-se a melhor estrutura mista que, em seguida, foi calibrada com diferentes alternativas para posterior aplicação à base de teste completa. A equação de Naslund foi a que obteve o melhor resultado para a base de dados em estudo e sua forma mista, com parâmetros aleatórios associados ao  $\beta_0$  e  $\beta_1$  proporcionou previsões mais acuradas, por meio da calibração com medidas de nove árvores de acordo a classificação diamétrica da unidade amostral.

**Palavras-chave:** Efeitos aleatórios; mensuração florestal; Naslund

## MIXED MODELS FITTED FOR *Pinus* sp.

### ABSTRACT

*The present study aimed to select a nonlinear hypsometric equation that best fits the dataset under investigation, expand the equation to the mixed-effects form, incorporating random effects associated with the sample units, and verify whether there was an improvement in prediction accuracy. The data were obtained from the forest inventory of Pinus caribaea var. hondurensis plantations, with a spacing of 2.5 x 2 m in the Triângulo Mineiro region, Minas Gerais state, Brazil. Six nonlinear hypsometric models were fitted using the R language. Initially, all model parameters were considered fixed, and the best model was expanded using mixed-effects modeling with random parameters associated with the plots. The best mixed-effects structure was then selected and calibrated with different alternatives for subsequent application to the complete test dataset. The Naslund equation yielded the best result for the dataset under study, and its mixed-effects form, with random parameters associated with  $\beta_0$  and  $\beta_1$ , provided more accurate predictions through calibration using measurements from 9 trees according to the diameter classification of the plot.*

**Key words:** Random effects; Forest biometrics; Naslund.

## ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE MENSURAÇÃO FLORESTAL



### INTRODUÇÃO

Os inventários florestais são fundamentais para o mapeamento, estabelecimento de estratégias e planejamento da utilização dos recursos florestais (Kohler *et al.*, 2017) e neles são mensurados o diâmetro a 1,30m do solo (D) e a altura total (H) das árvores, cuja são variáveis extremamente importantes na construção de modelos para predições de variáveis relevantes, como o volume comercial, total e sortimentos (Clutter *et al.*, 1983; Van Laar & Akça, 2007; Ercanli, 2020).

As medidas de D no campo podem ser obtidas de forma direta, prática e precisa (Sharma & Parton, 2007). No entanto, a mensuração da altura total das árvores exige mais tempo e é mais onerosa (Raptis *et al.*, 2021). Desta forma, nos inventários florestais se medem os D's de todas as árvores e alturas totais de algumas árvores por unidade amostral (UA), obtém-se o ajuste de equação e realiza-se a predição da altura, sendo que este passo se mostra altamente relevante e de custo considerável (Floriano *et al.*, 2006; Sánchez-González *et al.*, 2007; Andrade & Leite, 2011; Özçelik *et al.*, 2018). A predição da altura é usualmente realizada com o auxílio de modelos hipsométricos que relacionam a altura e o D (Peng *et al.*, 2004).

Embora o diâmetro seja comumente reconhecido como uma variável essencial na predição da altura, há evidências de que variáveis adicionais, como altura dominante, idade, índice de sítio (Lynch & Murphy, 1995; Wang & Hann, 1988), densidade de plantio, área basal (Larsen & Hann, 1987; Parresol, 1992; Temesgen *et al.*, 2004), diâmetro quadrático médio (Saud *et al.*, 2016), podem ser necessárias na criação e melhoria de modelos hipsométricos que possam ser aplicados para uma extensa gama de dados oriundos de diferentes locais e idades, ao contrário do ajuste individual de relações hipsométricas por UA (Temesgen *et al.*, 2004). Deste modo, incluindo estas variáveis, é possível diferenciar a altura total de indivíduos de mesmo D, porém em locais com diferentes capacidades produtivas (Leite & Andrade, 2003).

Uma alternativa eficaz para lidar com dados hierárquicos de locais com características distintas (Ercanli, 2020) são os modelos de efeitos mistos, que tem sido cada vez mais aplicados na área florestal, como no ajuste de relações hipsométricas (Crecente-Campo, 2010; Castaño-Santamaría *et al.*, 2013; Bronisz & Mehtatalo, 2020; Raptis *et al.*, 2021).

Mediante o exposto, o presente trabalho objetivou-se selecionar uma equação hipsométrica não linear que melhor se ajuste à base de dados em estudo e expandir a equação para a forma mista, com efeitos aleatório associados às UA, e avaliar se há aumento na precisão das predições. O presente trabalho preenche a lacuna ainda inexplorada entre a relação hipsométrica de modelo misto para pinus na região do triangulo mineiro do estado de Minas Gerais.

### MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados neste estudo foram obtidos a partir do inventário florestal com área aproximada de 243 ha de plantios de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, estabelecidos em

## VI Encontro Brasileiro de Mensuração Florestal

espaçamento de 2,5 m x 2 m e localizados na região do Triângulo Mineiro, no estado de Minas Gerais.

A base de dados foi separada em base de treino (70% = 65 UAs) e teste (30% = 28 UAs) para ajuste e teste dos modelos, respectivamente. Os valores de D, H, área basal por hectare, diâmetro quadrático médio e altura média das árvores dominantes e codominantes variaram entre 6,05 e 39cm, 2 e 21,7m, 9,45 e 56,33m<sup>2</sup>, 13,29 e 27,50cm e 11,43 e 19,83m para a base de treino e entre 6,05 e 35cm, 2 e 20m, 12,57 e 55,63m<sup>2</sup>, 15,68 e 26,22cm e 11,43 e 19,61m para a base de teste, respectivamente.

Foram ajustados 6 modelos hipsométricos, utilizando o método dos quadrados mínimos ordinário não linear (ONLS) com auxílio da função “nls” no R. Nesta etapa, todos os parâmetros dos modelos foram considerados como fixos. Os modelos ajustados foram: Power, Mitscherlich, Curtis, Schumacher, Naslund e Micmen (Ogana, 2022; Sahin *et al.*, 2023).

O desempenho dos modelos foi avaliado com base na raiz do erro quadrático médio (RMSE), erro médio absoluto percentual (MAE) e índice de eficiência do modelo (EF) conforme estudado por Camacho *et al.* (2022) e Ogana & Ercanli (2022).

Para comparação dos modelos em relação à qualidade das predições, tanto para a base de treino quanto para a de teste, o método de ranking relativo (Poudel & Cao, 2013; Sahin *et al.*, 2023) foi utilizado para a avaliação simultânea das três métricas utilizadas.

Após o ajuste dos modelos de efeito fixo, o melhor modelo foi selecionado para expansão dos parâmetros por meio da modelagem de efeito misto. Foram testadas diferentes estruturas de combinação e parâmetros de efeito aleatório a nível de UA e se selecionou a de melhor desempenho.

Em seguida, a melhor estrutura mista foi calibrada com toda a base de teste, para comparação, e diferentes amostras retiradas de cada UA presente na base de teste para posterior aplicação à base de teste completa para avaliação da eficiência das metodologias. Os métodos de calibração foram: 1) Altura total de 1-9 maiores árvores por UA. 2) Altura total de 1-9 menores árvores por UA. 3) Altura total de 3, 6 e 9 árvores por UA, conforme a distribuição diamétrica da UA.

Posteriormente, os modelos calibrados foram utilizados para a predição da altura de todas as árvores da base de teste. Todas as alternativas de calibração foram avaliadas de acordo os mesmos critérios utilizados na avaliação dos modelos de forma fixa. Avaliou-se efeito do tamanho das amostras na eficiência dos modelos e, por fim, o melhor modelo foi indicado para predição da altura total *Pinus caribaea* var. *hondurensis*.

### RESULTADOS E DISCUSSÃO

Considerando o ranking relativo, a equação de Naslund foi a que resultou no menor valor, indicando ser a melhor equação para a base de dados em estudo. Desta forma, o modelo de

## VI Encontro Brasileiro de Mensuração Florestal

Naslund foi selecionado como o melhor modelo não linear de estrutura fixa para estimar a altura total no presente estudo.

Devido sua flexibilidade, o modelo de Naslund tem sido amplamente utilizado para descrever a relação altura-diâmetro, como nos estudos de Kangas & Maltamo (2002), Mehtätalo *et al.* (2015) e Sharma *et al.* (2016), onde demonstrou desempenho satisfatório na modelagem da relação hipsométrica para diferentes bases de dados.

Quando apenas o D é utilizado como variável independente na modelagem da altura total de árvores, o erro percentual costuma variar entre 10-20 % (Long *et al.*, 2020), observou-se esta variação no presente estudo.

O modelo de Naslund (Equação 1) foi expandido para a forma mista e a melhor estrutura foi a com efeitos aleatórios a nível de UA associados a  $\beta_0$  e  $\beta_1$  (Equação 2).

$$\hat{H}_{ij} = \frac{D_{ij}^2}{(\beta_0 + \beta_1 * D_{ij})^2} + 1,3 \quad (1) \quad \hat{H}_{ij} = \frac{D_{ij}^2}{[(\beta_0 + \alpha_{0j}) + (\beta_1 + \alpha_{1j}) * D_{ij}]^2} + 1,3 \quad (2)$$

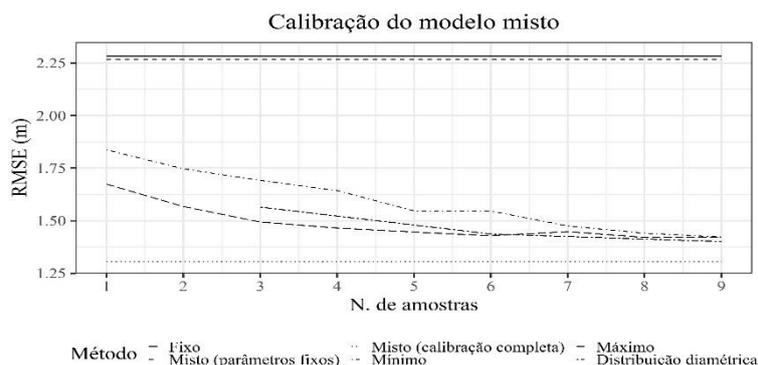
Em que:  $\beta_0$  e  $\beta_1$  são parâmetros fixos;  $\alpha_0$  e  $\alpha_1$  são parâmetros aleatórios, associados à j-ésima UA.

Todos os parâmetros estimados pela Equação 2 foram significativos (Tabela 1) e a inclusão dos efeitos aleatórios resultou em uma redução de 30,4 % no RMSE, quando comparado com o modelo de efeitos fixos para a base de treinamento. No entanto, comparar a performance do erro dos modelos mistos não é razoável do ponto de vista prático (Temesgen *et al.*, 2004; Meng *et al.*, 2009; Özçelik *et al.*, 2013), pois o modelo raramente será calibrado com todas as alturas que foram utilizadas no ajuste. Desta forma, para avaliar as predições do modelo misto se deve considerar a calibração, quando comparado a outras metodologias, permitindo assim se ter uma ideia do erro que seria obtido em sua utilização na prática.

**Tabela 1.** Resumo estatístico dos parâmetros estimados para a equação selecionada na forma fixa e mista

Naslund						
Coefficientes fixos	Valor	Erro padrão	Valor-t	valor-p		
b <sub>0</sub>	1,4737	0,0343	42,9600	<0,001		
b <sub>1</sub>	0,2043	0,0017	118,0600	<0,001		
Naslund misto (Dist. 9)						
Coefficientes fixos	Valor	Erro padrão	Valor-t	valor-p	Correlação	
b <sub>0</sub>	1,5257	0,0487	31,3026	<0,001	-	-0,6370
b <sub>1</sub>	0,2060	0,0015	133,6340	<0,001	-	-
Parâmetros aleatórios						
	Desv. Pad. (b <sub>1</sub> )		0,3970			
	Desv. Pad. (b <sub>2</sub> )		0,0083			
	Correlação (b <sub>1</sub> ,b <sub>2</sub> )		-0,4680			

Todas as alternativas de calibração do modelo na forma mista resultaram em predições mais precisas do que o modelo na forma fixa, no entanto, a calibração com 9 árvores conforme a distribuição diamétrica da UA foi a que possibilitou o melhor resultado, dentre as opções avaliadas (Figura 1).



**Figura 1.** Comportamento da raiz do erro quadrático médio para as metodologias de ajuste testadas

A melhor alternativa de calibração, comparada com o modelo fixo, possibilitou melhoras de 38,65 %, 40,74 % e 35,6 % nos valores de RMSE, MAE e EF, respectivamente.

Comparando a alternativa de calibração selecionada com a calibração considerando toda a base de teste, foi possível observar uma baixa perda de precisão, com diferença média próxima de 8 % nos valores de RMSE, MAE e EF. Além disto, com base no teste “t” de Student para dados pareados ( $\alpha = 0.05$ ) não foi verificada diferença significativa das alturas observadas para as predições feitas com a calibração selecionada (p-valor = 0,8603) ou considerando a base de teste completa (p-valor = 0,6456). Desta forma, pode-se confirmar a possibilidade de redução do número alturas mensuradas por UA, sem que haja perda significativa na precisão das predições.

### CONCLUSÃO

O modelo de Naslund na forma mista, com parâmetros associados ao  $\beta_0$  e  $\beta_1$  a nível de parcela foi capaz de proporcionar predições mais acuradas e uma redução no número alturas necessárias para a obtenção da equação, por meio da calibração com medidas de 9 árvores conforme a distribuição diamétrica da unidade amostral.

### AGRADECIMENTOS

Este trabalho recebeu o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, que disponibilizou a bolsa de mestrado (88887.669728/2022-00).

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andrade, V. C. L.; Leite, H. G. Modelagem da relação hipsométrica empregando dados amostrados na cubagem de árvores e em parcelas de inventário. **Revista Árvore**, v. 35, n. 1, p.157-164, 2011. <https://doi.org/10.1590/S0100-67622011000100019>.
- Bronisz, K.; Mehtätalo, L. Mixed-effects generalized height–diameter model for young silver birch stands on post-agricultural lands. **Forest Ecology and Management**, v. 460, e117901, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2020.117901>.
- Camacho, E. A. R.; Rivas, S.C.; Hernández, J. A. L.; Durán, A. A. C.; Carmona, J. X.; Nagel, J. G. Generalized height-diameter models with random effects for natural forests of central Mexico. **Cerne**, v. 28, e103033, 2022. <https://doi.org/10.1590/01047760202228013033>.
- Castaño-Santamaría, J.; Crecente-Campo, F.; Fernández-Martínez, J. F.; Barrio-Anta, M.; Obeso, J. R. Tree height prediction approaches for unevenaged beech forests in northwestern Spain. **Forest Ecology and Management**, v. 307, p.63-73, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2013.07.014>.
- Clutter, J. L.; Fortson, J. C.; Pienaar, L. V.; Brister, G. H.; Bailey, R. L. **Timber management: a quantitative approach**. New York: John Wiley & Sons, 1983. 333p.

## VI Encontro Brasileiro de Mensuração Florestal

- Crecente-Campo, F.; Tomé, M.; Soares, P.; Diéguez-Aranda, U. A generalized nonlinear mixed-effects height–diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in northwestern Spain. **Forest Ecology and Management**, v. 259, n. 5, p.943-952, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2009.11.036>.
- Ercanli, İ. Innovative deep learning artificial intelligence applications for predicting relationships between individual tree height and diameter at breast height. **Forest Ecosystems**, v. 7, n. 1, e12, 2020. <https://doi.org/10.1186/s40663-020-00226-3>.
- Floriano, E. P.; Mueller, I.; Finger, C. A. G.; Schneider, P. R. Fitting and selecting traditional models for tree's height time series data. **Ciência Florestal**, v. 16, n. 2, p.177-199, 2006. <https://doi.org/10.5902/198050981898>.
- Kangas, A.; Maltamo, M. Anticipating the variance of predicted stand volume and timber assortments with respect to stand characteristics and field measurements. **Silva Fennica**, v. 36, n. 4, p.799-811, 2002. <https://doi.org/10.14214/sf.522>.
- Kohler, S. V.; Figueiredo Filho, A.; Kohler, H. S.; Arce, J. E.; Retslaff, F. A. S.; Serpe, E. L. Estratégias de agrupamento de dados para a modelagem hipsométrica e seus reflexos na estimativa de volume em plantios de *Pinus* spp. **Floresta**, v. 47, n. 3, p.307-316, 2017. <https://doi.org/10.5380/rf.v47i3.50555>.
- Larsen, D. R.; Hann, D. W. **Height-diameter equations for seventeen tree species in southwest Oregon**. Corvallis: Forest Research Laboratory, Oregon State University, 1987. 161p. (Research Paper, 49) Disponível em: [https://ir.library.oregonstate.edu/concern/technical\\_reports/h702q764w](https://ir.library.oregonstate.edu/concern/technical_reports/h702q764w). Acesso em: 15 Jun. 2023.
- Leite, H. G.; Andrade, V. C. L. Importância das variáveis altura dominante e altura total em equações hipsométricas e volumétricas. **Revista Árvore**, v. 27, n. 3, p.301-310, 2003. <https://doi.org/10.1590/S0100-67622003000300005>.
- Long, S.; Zeng, S.; Liu, F.; Wang, G. Influence of slope, aspect and competition index on the height-diameter relationship of *Cyclobalanopsis glauca* trees for improving prediction of height in mixed forests. **Silva Fennica**, v. 54, n. 1, e10242, 2020. <https://doi.org/10.14214/sf.10242>.
- Lynch, T. B.; Murphy, P. A. A compatible height prediction and projection system for individual trees in natural, even-aged shortleaf pine stands. **Forest Science**, v. 41, n. 1, p.194-209, 1995. <https://doi.org/10.1093/forestscience/41.1.194>.
- Mehtätalo, L.; De-Miguel, S.; Gregoire, T. G. Modeling height-diameter curves for prediction. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 45, n. 7, p.826-837, 2015. <https://doi.org/10.1139/cjfr-2015-0054>.
- Meng, S. X.; Huang, S.; Yang, Y.; Trincado, G.; VanderSchaaf, C. L. Evaluation of population-averaged and subject-specific approaches for modeling the dominant or codominant height of lodgepole pine trees. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 39, n. 6, p.1148-1158, 2009. <https://doi.org/10.1139/X09-039>.
- Ogana, F. N. A mixed-effects height-diameter model for *Gmelina arborea* Roxb stands in Southwest Nigeria. **Journal of Forest Research**, v. 27, n. 1, p.1-7, 2022. <https://doi.org/10.1080/13416979.2021.1989131>.
- Ogana, F. N.; Ercanli, I. Modelling height-diameter relationships in complex tropical rain forest ecosystems using deep learning algorithm. **Journal of Forestry Research**, v. 33, n. 3, p.883-898, 2022. <https://doi.org/10.1007/s11676-021-01373-1>.
- Özçelik, R.; Cao, Q.V.; Trincado, G.; Göçer, N. Predicting tree height from tree diameter and dominant height using mixed-effects and quantile regression models for two species in Turkey. **Forest Ecology and Management**, v. 419, p.240-248, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2018.03.051>
- Özçelik, R.; Diamantopoulou, M. J.; Crecente-Campo, F.; Eler, U. Estimating Crimean juniper tree height using nonlinear regression and artificial neural network models. **Forest Ecology and Management**, v. 306, p.52-60, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2013.06.009>.
- Parresol, B. R. Baldcypress height–diameter equations and their prediction confidence intervals. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 22, n. 9, p.1429-1434, 1992. <https://doi.org/10.1139/x92-191>.
- Peng, C.; Zhang, L.; Zhou, X.; Dang, Q.; Huang, S. Developing and evaluating tree height-diameter models at three geographic scales for black spruce in Ontario. **Northern Journal of Applied Forestry**, v. 21, n. 2, p.83-92, 2004. <https://doi.org/10.1093/njaf/21.2.83>.
- Poudel, K. P.; Cao, Q. V. Evaluation of methods to predict Weibull parameters for characterizing diameter distributions. **Forest Science**, v. 59, n. 2, p.243-252, 2013. <https://doi.org/10.5849/forsci.12-001>.
- Raptis, D. I.; Kazana, V.; Kazaklis, A.; Stamatiou, C. Mixed-effects height–diameter models for black pine (*Pinus nigra* Arn.) forest management. **Trees**, v. 35, n. 4, p. 1167-1183, 2021. <https://doi.org/10.1007/s00468-021-02106-x>.
- Sahin, A.; Ozdemir, G. A.; Oral, O.; Aylak, B. L.; Ince, M.; Ozdemir, E. Estimation of tree height with machine learning techniques in coppice-originated pure sessile oak (*Quercus petraea* (Matt.) Liebl.) stands. **Scandinavian Journal of Forest Research**, v. 38, n. 1-2, p.87-96, 2023. <https://doi.org/10.1080/02827581.2023.2168044>.

## VI Encontro Brasileiro de Mensuração Florestal

- Sánchez-González, M.; Cañellas, I.; Montero, G. Generalized height-diameter and crown diameter prediction models for cork oak forests in Spain. **Forest Systems**, v. 16, n. 1, p.76-88, 2007. <https://doi.org/10.5424/srf/2007161-00999>.
- Saud, P.; Lynch, T. B.; Anup K.C.; Guldin, J. M. Using quadratic mean diameter and relative spacing index to enhance height–diameter and crown ratio models fitted to longitudinal data. **Forestry**, v. 89, n. 2, p.215-229, 2016. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpw004>.
- Sharma, M.; Parton, J. Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using a mixed-effects modeling approach. **Forest Ecology and Management**, v. 249, n. 3, p.187-198, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2007.05.006>.
- Sharma, R. P.; Vacek, Z.; Vacek, S. Nonlinear mixed-effect height-diameter model for mixed species forests in the central part of the Czech Republic. **Journal of Forest Science**, v. 62, n. 10, p.470-484, 2016. <https://doi.org/10.17221/41/2016-JFS>.
- Temesgen, H.; Gadow, K. V. Generalized height-diameter models: an application for major tree species in complex stands of interior British Columbia. **European Journal of Forest Research**, v. 123, p.45-51, 2004. <https://doi.org/10.1007/s10342-004-0020-z>.
- Van Laar, A.; Akça, A. **Forest mensuration**. Dordrecht: Springer, 2007. 385p. (MAFE, v. 13). <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-5991-9>.
- Wang, C. H.; Hann, D. W. **Height-diameter equations for sixteen tree species in the central western Willamette valley of Oregon**. Corvallis: Forest Research Laboratory; Oregon State University, 1988. 7p. (Research Paper, 51). Disponível em: [https://ir.library.oregonstate.edu/concern/technical\\_reports/mc87pr757](https://ir.library.oregonstate.edu/concern/technical_reports/mc87pr757). Acesso em: 15 Jun. 2023.