



## MODELOS NÃO LINEARES NA PREDIÇÃO DE ALTURA DE *Pterogyne nitens*

Tul.

Rebeca Malta Veríssimo<sup>1</sup>, Patrícia Anjos Bittencourt Barreto-Garcia<sup>1</sup>, Thaís Chaves Almeida<sup>1</sup>, Fabiano Rodrigues Pereira<sup>2</sup>, Isadora Ferraz Chagas<sup>1</sup>

1 Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, BA, Brasil. E-mail: rebeca.malta@hotmail.com; patriciabarroto@uesb.edu.br; florestal.thais@gmail.com; isadoraferraz.engflo@gmail.com

2 Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG, Brasil. E-mail: fabiano.engflo@gmail.com  
Autora correspondente: Rebeca Malta Veríssimo. E-mail: rebeca.malta@hotmail.com.

### RESUMO

Técnicas de modelagem são comumente utilizadas para estimar a altura total das árvores, a fim de otimizar tempo e reduzir custos no inventário florestal. Os modelos não lineares apresentam melhor performance na predição de altura quando comparado aos modelos lineares, porém ainda são pouco explorados. O objetivo deste trabalho foi avaliar o melhor modelo não-linear para a estimativa de altura da espécie *Pterogyne nitens* em plantio puro no Sudoeste da Bahia, Brasil. Os dados de 108 indivíduos foram separados em dois grupos (treino: 70% e teste:30%) e empregados para ajuste e validação de seis modelos não lineares de altura. O processamento dos dados foi realizado pelo *software* R. O melhor modelo foi escolhido de acordo com: raiz do erro quadrático médio (RMSE); erro médio absoluto percentual (MAPE); viés (BIAS); eficiência do modelo (EF); e análise gráfica da dispersão dos resíduos. Dentre os modelos avaliados, o modelo Power apresentou menor RMSE, MAPE, BIAS e dispersão de resíduos, e maior EF, estimando valores de altura mais próximos da realidade, sendo, portanto, o mais recomendado para a estimativa da altura da espécie.

**Palavras-chave:** Mensuração florestal; modelo power; regressão

## NONLINEAR MODELS IN HEIGHT PREDICTION FOR *Pterogyne nitens* Tul.

### ABSTRACT

Modeling techniques are commonly used to estimate the total height of trees in order to optimize time and reduce costs in forest inventory. Non-linear models perform better in height prediction compared to linear models, but they are still underexplored. The objective of this study was to evaluate the best non-linear model for estimating the height of the species *Pterogyne nitens* in pure planting in the Southwest of Bahia, Brazil. The data from 108 individuals were divided into two groups (training: 70% and testing: 30%) and used for fitting and validating six non-linear height models. Data processing was performed using R software. The best model was chosen based on the root-mean square error (RMSE), mean absolute percentage error (MAPE), bias (BIAS), modelling efficiency (EF), and graphical analysis of residual dispersion. Among the evaluated models, the Power model showed the lowest RMSE, MAPE, bias, and residual dispersion, as well as the highest EF, estimating height values closer to reality, so it is the most recommended model for estimating the height of this species.

**Key words:** Forest measurement; power model; regression.

### ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE MENSURAÇÃO FLORESTAL



### INTRODUÇÃO

O conhecimento das variáveis diâmetro a 1,30m do solo (D) e altura total (H) das árvores é fundamental para a quantificação do volume no inventário florestal. Devido à dificuldade na obtenção da altura, normalmente somente uma parte dos indivíduos é mensurada, fazendo-se necessária a utilização de técnicas de modelagem para estimar essa variável (Sena *et al.*, 2015).

A utilização de modelos de regressão na mensuração florestal tem aumentado com o avanço tecnológico, por meio de uso de *hardwares* e *softwares*. Isto facilitou o uso de modelos não lineares na estimativa de variáveis dendrométricas em povoamentos florestais. Melo *et al.* (2017) afirmam que o uso de modelos não lineares em relações hipsométricas apresenta melhor performance quando comparado aos modelos lineares, devido sua alta precisão na representação de padrões biológicos de crescimento e ampla aplicabilidade em diferentes bases de dados na área florestal. Apesar disso, modelos não lineares ainda são pouco utilizados, devido à dificuldade de ajuste e necessidade de recursos computacionais para sua realização (Sena *et al.*, 2015).

Para espécies nativas com fustes tortuosos e perfilhados, como a *Ptoregyne nitens*, a obtenção de medidas de D para estimar variáveis dendrométricas é dificultada pela presença de múltiplos fustes na mesma árvore (Aragão *et al.*, 2015). Em função disto, há uma escassez de estudos sobre ajustes de modelos para a estimativa de altura da espécie, que possui grande importância econômica na região sudoeste da Bahia, devido sua fácil adaptabilidade, rápido crescimento e madeira de alto valor econômico (Figueiredo *et al.*, 2018). Portanto, este trabalho objetivou avaliar o melhor modelo não-linear para a estimativa de altura de *Ptoregyne nitens*.

### MATERIAL E MÉTODOS

O estudo foi conduzido em um plantio puro de *Pterogyne nitens* com 14 anos de idade, estabelecido em espaçamento de 3 m x 3 m, com mudas seminais, em uma área de aproximadamente 1 ha. O povoamento estudado está localizado no campo experimental da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), *campus* de Vitória da Conquista, Bahia, Brasil.

A região possui relevo plano a levemente ondulado, com altitude média de 840 m, apresentando clima tropical de atitude Cwb, de acordo com Köppen, temperatura média anual de 21 °C e precipitação de 700 mm anuais (Oliveira *et al.*, 2020). O solo da área de estudo é classificado como Latossolo Amarelo Distrófico, com textura argilosa (Barreto-Garcia *et al.*, 2019).

Os dados de altura e diâmetro a 1,30m do solo (D) foram obtidos a partir de cubagem rigorosa de 108 árvores. A seleção dos indivíduos foi feita por meio de sorteio de forma proporcional às classes de diâmetro do povoamento.

## VI Encontro Brasileiro de Mensuração Florestal

Devido ao perfilamento das árvores, calculou-se o diâmetro equivalente ( $D_e$ ) (Equação 1) para obtenção de um único valor diamétrico por indivíduo, considerando a altura do maior fuste como altura total (H).

$$D_e = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + D_3^2 + \dots + D_n^2} \quad (1)$$

Em que:  $D_e$  = diâmetro equivalente (cm);  $D_i$  = diâmetro do  $i$ -ésimo fuste do indivíduo ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

Em seguida, os dados foram separados em dois grupos, de forma proporcional à distribuição diamétrica, sendo um grupo para treino (70%) e outro para teste (30%), conforme Martins *et al.* (2019). A partir dos dados de treino foram ajustados seis modelos não lineares de 2-parâmetros para predição da altura (Tabela 1) e, em seguida, as equações ajustadas foram utilizadas nas predições com as bases de treino e teste.

**Tabela 1.** Modelos não-lineares utilizados para ajuste

Nº	Modelo não linear	Denominação
1	$H = 1,3 + \beta_0 \cdot D^{\beta_1} + \varepsilon$	Power
2	$H = 1,3 + \beta_0 (1 - e^{-\beta_1 D}) + \varepsilon$	Mitscherlich
3	$H = 1,3 + \frac{\beta_0 \cdot D}{(1 + D)^{\beta_1}} + \varepsilon$	Curtis
4	$H = 1,3 + \beta_0 \cdot e^{-\beta_1 D^{-1}} + \varepsilon$	Schumacher
5	$H = 1,3 + \frac{D^2}{(\beta_0 + \beta_1 D)^2} + \varepsilon$	Naslund
6	$H = 1,3 + \frac{\beta_0 * D}{\beta_1 + D} + \varepsilon$	Michaelis-Menten

Em que:  $H$  = altura total (m);  $D$  = diâmetro a 1,30 m do solo (cm);  $\beta_0$  e  $\beta_1$  = parâmetros de regressão não-linear a serem estimados;  $e$  = base do logaritmo neperiano;  $\varepsilon$  = erro aleatório.

A melhor equação foi escolhida com base nos critérios estatísticos: raiz do erro quadrático médio (RMSE), erro médio absoluto percentual (MAPE), viés (BIAS) e eficiência do modelo (EF) (Rubio Camacho *et al.*, 2022; Ogana & Ercanli, 2022). Além disto, adotou-se a análise de dispersão de resíduos, que foram aplicados para ambos grupos de treino e teste. O processamento dos dados foi realizado através da linguagem de programação R.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os valores de diâmetro variaram entre 4,0 a 15,3 cm para os dados de treino e 4,0 a 16,3 cm para os dados de teste. Para a altura, os dados de treino ficaram entre 2,6 e 9,6 m e os de teste entre 3,5 e 10,1 m. Na Tabela 2 encontram-se os parâmetros estimados para todas as equações ajustadas, além dos critérios estatísticos utilizados para escolha do melhor modelo.

**Tabela 2.** Estimativas dos parâmetros dos modelos e critérios estatísticos obtidos para a base treino no ajuste de modelos não-lineares hipsométricos para o povoamento de *Pterogyne nitens* Tul. em Vitória da Conquista, Bahia

Equação	$b_0$	$b_1$	RMSE	MAPE	EF	BIAS	Ranking treino
Power	1,5796848	0,5498314	0,8809	11,2659	0,5344	0,0000	1,0000
Curtis	1,8851828	0,5050268	0,8810	11,3045	0,5343	0,0005	1,2326
Michaelis-Menten	11,463708	6,3852888	0,8917	11,5980	0,5230	0,0036	4,1317
Naslund	0,9895096	0,3199063	0,8932	11,6190	0,5214	0,0045	4,5466
Mitscherlich	8,0857226	0,122909	0,8911	11,6317	0,5236	0,0084	4,9913
Schumacher	8,7287791	4,2597262	0,9028	11,6968	0,5109	0,0040	6,0000

Em que:  $b$  e  $b_1$  = estimativas dos parâmetros dos modelos; RMSE = raiz do erro quadrático médio; MAPE = erro médio absoluto percentual; EF = eficiência do modelo; BIAS = viés do modelo

## VI Encontro Brasileiro de Mensuração Florestal

Os valores obtidos de RMSE e MAPE apresentaram baixa variação entre modelos, variando de 0,8809 a 0,9028 m, e de 11,27 a 11,70 m, respectivamente (Tabela 2). Quanto menor é o valor de RSME e MAPE, mais precisas são as predições do modelo, logo os modelos Power e Curtis apresentaram melhores resultados. Tuan *et al.* (2019) também observaram um menor valor de RMSE pelo modelo de Power quando comparado a outros 5 modelos não lineares para predição de altura de *Pinus koraiensis*, no nordeste da China.

O BIAS indica o desvio sistemático do valor real, portanto o modelo Power se destaca por apresentar o menor viés dentre os seis modelos testados, com valor nulo, em contraste com o modelo de Mitscherlich, que apresentou o maior BIAS (0,0084 m). Em relação à eficiência do modelo, quanto mais perto o valor do EF estiver de 1, mais próximas dos valores reais estarão as predições do modelo, o que denota que o modelo Power apresentou maior eficiência neste estudo (0,5344 m).

Na Tabela 3 são apresentados os critérios aplicados para a base de teste, além do *ranking* final que considera tanto os critérios estatísticos para o ajuste quanto para o teste e classifica qual foi o modelo que apresentou a melhor equação ajustada para a predição de altura de *Pterogyne nitens*. Os modelos de Power e Curtis também se destacaram para a base de teste e apresentaram melhores resultados para a predição de altura, ao mesmo tempo em que Schumacher apresentou os piores resultados.

**Tabela 3.** Critérios estatísticos obtidos para a base teste a partir das equações não-lineares ajustadas para o povoamento de *Pterogyne nitens* Tul. em Vitória da Conquista, Bahia

Equação	Teste				Soma Final do Ranking	Ranking Final
	RMSE	MAPE	EF	BIAS		
Power	0,7532	11,1009	0,5135	-0,1461	13,0000	1,0000
Curtis	0,7548	11,1702	0,5114	-0,1492	14,3847	1,2877
Michaelis-Menten	0,7739	11,6232	0,4863	-0,1705	30,7359	4,4195
Naslund	0,7759	11,6566	0,4836	-0,1716	32,9040	4,7817
Mitscherlich	0,7737	11,6376	0,4866	-0,1639	34,6848	4,8984
Schumacher	0,7856	11,7804	0,4707	-0,1821	40,3977	6,0000

Em que: RMSE = raiz do erro quadrático médio; MAPE = erro médio absoluto percentual; EF = eficiência do modelo; BIAS = viés do modelo

A dispersão gráfica dos resíduos do treino e do teste (Figura 1), para os modelos de Curtis e Power, mostrou equilíbrio na distribuição, sem apresentar fortes tendências. Portanto, Power mostrou-se como melhor modelo não-linear para estimativa da altura nas condições deste trabalho, já que também mostrou melhores resultados nos demais critérios estatísticos considerados.

Estudos realizados com o ajuste do modelo não linear Power para altura de espécies florestais apresentaram comportamento semelhante aos obtidos nesse trabalho, como é o caso de Barcik *et al.* (2023) que obtiveram a melhor performance a partir do modelo Power para predição de altura de *Araucaria angustifolia* em fragmentos de Floresta Ombrófila Mista no Paraná. Já Mehtätalo *et al.* (2015) observaram que o modelo de Curtis também forneceu um ajuste satisfatório para a relação hipsométrica de três espécies, em diferentes regiões e zonas ecológicas, levando a

interpretação de que os dois modelos (Curtis e Power) apresentam bons resultados para a altura em diferentes locais e espécies.

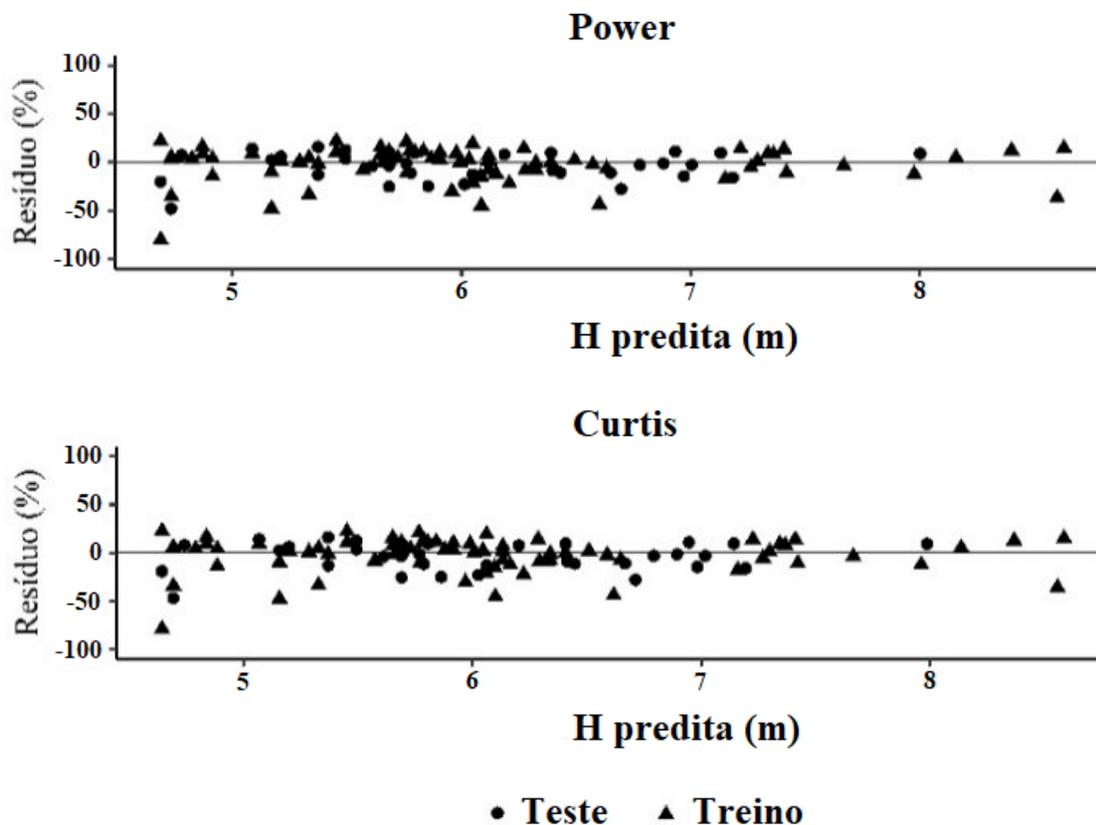


Figura 1. Dispersão gráfica dos resíduos do modelo Power e Curtis

## CONCLUSÃO

Os modelos não lineares de Power e Curtis apresentaram melhor desempenho entre os modelos testados para estimar a altura da espécie *Pterogyne nitens*.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aragão, M. A.; Barreto-Garcia, P. A. B.; Paula, A.; Carvalho, F. F.; Fraga, M. P. Modelos de altura para *Pterogyne nitens* Tul. em plantio puro no Sudoeste da Bahia. **Enciclopédia Biosfera**, v. 11, n. 21, p.1340-1351, 2015. Disponível em: <https://www.conhecer.org.br/enciclop/2015b/agrarias/Modelos%20de%20altura.pdf>. Acesso em: 12 Jun. 2023.
- Barcik, L. Z.; Ruiz, E. C. Z.; Mussio, C. F.; Garrett, A. T. A. Relações hipsométricas para altura comercial de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze em fragmentos de Floresta Ombrófila Mista no Paraná. **Brazilian Journal of Animal and Environmental Research**, v. 6, n. 1, p.679–691, 2023. <https://doi.org/10.34188/bjaerv6n1-060>.
- Barreto-Garcia, P. A. B.; Matos, P. S.; Sanquetta, C. R.; Monroe, P. H. M. Inventory of organic carbon in a *Pterogyne nitens* Tul. plantation in southwest Bahia, Brazil. **Floresta e Ambiente**, v. 26, n. 4, p.5-10, 2019. <https://doi.org/10.1590/2179-8087.042616>.
- Figueiredo, M. E. O.; Longue Júnior, D.; Pereira, A. K. S.; Carneiro, A. C. O.; Silva, C. M. S. Potencial da madeira de *Pterogyne nitens* Tul. (Madeira-nova) para produção de carvão vegetal. **Ciência Florestal**, v. 28, n. 1, p.420-431, 2018. <https://doi.org/10.5902/1980509831620>.
- Martins, M. T.; Marangon, G. P.; Costa, E. A.; Silveira, B. D.; Cubas, R.; Cavalli, J. P. Estimação da altura de plantios florestais de eucalipto por regressão e redes neurais artificiais. **BIOFIX Scientific Journal**, v. 5, n. 1, p.141-152, 2019. <https://doi.org/10.5380/biofix.v5i1.68839>.
- Mehtätalo, L.; De-Miguel, S.; Gregoire, T. G. Modeling height-diameter curves for prediction. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 45, n. 7, p.826-837, 2015. <https://doi.org/10.1139/cjfr-2015-0054>.

## VI Encontro Brasileiro de Mensuração Florestal

Melo, E. de A.; Calegario, N.; Mendonça, A. R. de; Possato, E. L.; Alves, J. de A.; Isaac Júnior, M. A. Modelagem não linear da relação hipsométrica e do crescimento das árvores dominantes e codominantes de *Eucalyptus* sp. **Ciência Florestal**, v. 27, n. 4, p.1325-1338, 2017. <https://doi.org/10.5902/1980509829895>.

Ogana, F. N.; Ercanli, I. Modelling height-diameter relationships in complex tropical rain forest ecosystems using deep learning algorithm. **Journal of Forestry Research**, v. 33, n. 3, p.883-898, 2022. <https://doi.org/10.1007/s11676-021-01373-1>.

Oliveira, A. M. de; Barreto-Garcia, P. A. B.; Alves, B. J. R.; Conceição Júnior, V.; Gama-Rodrigues, E. F. Efeito de rotações sucessivas de eucalipto na mineralização de nitrogênio e carbono do solo e suprimento de nitrogênio, no Sudoeste da Bahia, Brasil. **Scientia Forestalis**, v. 48, n. 126, p.1-12, 2020. <https://doi.org/10.18671/scifor.v48n126.15>.

Rubio Camacho, E. A.; Corral Rivas, S.; López Hernández, J. A.; Chávez Durán, A. A.; Xelhuantzi Carmona, J.; Nagel, J. Generalized height-diameter models with random effects for natural forests of central Mexico. **Cerne**, v. 28, 2022. <https://doi.org/10.1590/01047760202228013033>.

Sena, A. L. M.; Silva Neto, A. J.; Oliveira, G. M. V.; Calegario, N. Modelos lineares e não lineares com uso de covariantes para relação hipsométrica de duas espécies de *Pinus* tropicais. **Ciência Florestal**, v. 25, n. 4, p.969-980, 2015. <https://doi.org/10.5902/1980509820651>.

Tuan, N. T.; Dihn, T. T.; Long, S. H. Height-diameter relationship for *Pinus koraiensis* in Mengjiagang Forest Farm of Northeast China using nonlinear regressions and artificial neural network models. **Journal of Forest Science**, v. 65, n. 4, p.134-143, 2019. <https://doi.org/10.17221/5/2019-JFS>.