



## AVALIAÇÃO DE DIFERENTES FORMAS DE AJUSTE DO POLINÔMIO DE QUINTO GRAU

Maria Inês Corrêa de Paula Santos<sup>1</sup>, Lucas Kröhling Bernardi<sup>1</sup>, Monica Fabiana Bento  
Moreira Thiersch<sup>1</sup>, Nelson Yoshihiro Nakajima<sup>2</sup>, Cláudio Roberto Thiersch<sup>1</sup>

1 Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, SP, Brasil. E-mail: santosmaria@estudante.ufscar.br; bernardilucas93@gmail.com; monicathiersch@ufscar.br; crthiersch@ufscar.br

2 Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, Brasil. E-mail: nelsonynakajima@gmail.com

Autora correspondente: Monica Fabiana Bento Moreira Thiersch. E-mail: monicathiersch@ufscar.br.

### RESUMO

O mercado florestal se encontra em crescimento no mundo e o Brasil possui grande influência por conta de seus benefícios, dentre eles, edafoclimáticos para espécies florestais, principalmente para as espécies do gênero *Eucalyptus*. Para esse setor, é necessário um planejamento mais detalhado e as funções de afilamento são primordiais: um dos modelos mais utilizado no País é o de Schöepfer (1966), mais conhecido como Polinômio do Quinto Grau, embora apresente tendências, principalmente na base do fuste. Além da forma tradicional do ajuste deste modelo, foi testado o efeito da substituição da variável “hi” por “h – hi”, de modo a garantir que o diâmetro estimado seja igual a 0 quando hi for igual a H e, também, a inclusão de restrições de forma a obrigar o modelo passar obrigatoriamente pelo D quando hi for igual a 1,3 metros. Foram realizadas análises (gráfica, coeficiente de determinação ajustado – R<sup>2</sup> ajustado e erro padrão da média em porcentagem – S<sub>yx</sub>%) para avaliar o efeito dessas diferentes formas de ajuste.

**Palavras-chave:** Cubagem rigorosa; inventário florestal, regressão

### EVALUATION OF DIFFERENT FORMS OF ADJUSTMENT OF THE FIFTH DEGREE POLYNOMIAL

#### ABSTRACT

The forest market is growing in the world and Brazil has great influence due to its benefits, among them, edaphoclimatic for forest species, mainly for species of the genus *Eucalyptus*. For this sector, more detailed planning is necessary and the tapering functions are paramount: one of the most used models in the country is that of Schöepfer (1966), better known as Polynomial of the Fifth Degree, although it presents biases, mainly at the base of the stem. In addition to the traditional way of adjusting this model, the effect of replacing the variable “hi” with “h – hi” was tested, to guarantee that the estimated diameter is equal to 0 when hi is equal to H and also to inclusion of restrictions to force the model to pass through D when hi is equal to 1.3 meters. Analyzes were performed (graphic, adjusted coefficient of determination – adjusted R<sup>2</sup> and standard error of the average in percentage – S<sub>yx</sub>%) to evaluate the effect of these different forms of adjustment.

**Key words:** Strict cubing; forest inventory; regression

#### ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE MENSURAÇÃO FLORESTAL



### INTRODUÇÃO

O Brasil apresenta grande competitividade no mercado de produtos florestais em razão da grande disponibilidade de terras para reflorestamentos, das características edafoclimáticas favoráveis ao cultivo de espécies florestais, da idade de corte ser menor que nos países de clima temperado ou frio, de tecnologia adequada e de infraestrutura desenvolvida, porém mesmo com essas vantagens, ainda existem poucos estudos referentes ao uso das funções de afilamento, pois cada modelo descreve melhor a forma de uma determinada espécie, em um determinado local e sob determinadas condições ambientais (Assis, 2000; Silva *et al.*, 2005).

Uma função de afilamento permite estimar o diâmetro em uma determinada altura, ou então, a altura comercial para um dado diâmetro, além de, por integração, obter o volume total e os volumes de partes do tronco em qualquer altura a partir do solo (Ferreira, 2004; Kozak, 2004).

Por este motivo, o trabalho teve como objetivo avaliar diferentes formas de ajuste do polinômio de quinto grau, com foco na diminuição da tendenciosidade que o modelo traz, principalmente na base.

### MATERIAL E MÉTODOS

#### Polinômio de Quinto Grau

A principal característica dos modelos polinomiais é o ajuste de regressão que relaciona vários diâmetros tomados ao longo do tronco e suas respectivas alturas com o  $D$  (diâmetro a 1,30m do solo) ou  $D_{0,1}$  (diâmetro a 0,1m de altura do solo) e altura total das árvores (Ferreira, 2004).

A forma deste polinômio, que foi proposto por Schöpfer (1966) (Modelo 1).

$$d_i = D \left[ \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{hi}{H} \right) + \beta_2 \left( \frac{hi}{H} \right)^2 + \beta_3 \left( \frac{hi}{H} \right)^3 + \beta_4 \left( \frac{hi}{H} \right)^4 + \beta_5 \left( \frac{hi}{H} \right)^5 \right] + \varepsilon_i \quad (1)$$

Em que:  $d_i$  = diâmetro na  $i$ -ésima altura ( $hi$ );  $D$  = diâmetro a 1,3m do solo, em centímetros;  $H$  = altura total, em metros;  $hi$  = altura (em metros) na  $i$ -ésima posição de medição;  $\beta_{is}$  = parâmetros a serem estimados;  $\varepsilon_i$  = erro da estimativa.

Embora o modelo forneça resultados suficientemente acurados para a maioria dos usos, possui tendenciosidades, em que parte das deformações da base são explicadas, mas os diâmetros são subestimados em até 20% da altura total e superestimados acima de 80% da altura total (Goulding & Murray, 1976; Gordon, 1983).

#### Desenvolvimento de novas formas de ajuste

Além da forma tradicional do ajuste deste modelo, foi testado o efeito da substituição da variável “ $hi$ ” por “ $H - hi$ ” (Modelo 2) de modo a garantir que o diâmetro estimado seja igual a 0 quando  $hi$  for igual a  $h$  e, também, a inclusão de restrições de forma a obrigar o modelo passar obrigatoriamente pelo  $D$  quando  $hi$  for igual a 1,3 metros (Modelo 3).

$$d_i = D[\beta_1(x) + \beta_2(x)^2 + \beta_3(x)^3 + \beta_4(x)^4 + \beta_5(x)^5] + \varepsilon_i \quad (2)$$

Em que:  $x = \frac{H-hi}{H-1,3}$

$$d_i = \frac{D}{\sum_i^n \beta} [\beta_1(x) + \beta_2(x)^2 + \beta_3(x)^3 + \beta_4(x)^4 + \beta_5(x)^5] + \varepsilon_i \quad (3)$$

## VI Encontro Brasileiro de Mensuração Florestal

Em que:  $x = \frac{H-h_i}{H-1,3}$  e  $\sum_i^n \beta = 1$

Em que:  $d_i$  = diâmetro na  $i$ -ésima altura ( $h_i$ );  $D$  = diâmetro a 1,3m do solo, em centímetros;  $H$  = altura total, em metros;  $h_i$  = altura (em metros) na  $i$ -ésima posição de medição;  $\beta_{is}$  = parâmetros a serem estimados;  $\varepsilon_i$  = erro da estimativa.

### Acuracidade dos modelos de afilamento

Para avaliar a precisão das três formas de ajuste (tradicional e as duas variações propostas), foram utilizados os seguintes critérios: Análise Gráfica dos Resíduos, coeficiente de determinação ajustado ( $R^2$  ajustado) e o erro padrão residual em porcentagem ( $S_{yx}\%$ ). Todas as análises foram realizadas no *software* R (R Core Team, 2020).

### Obtenção da base de dados

A coleta de dados foi realizada em um plantio de *Eucalyptus* sp., com diferentes materiais genéticos, localizado no estado de Mato Grosso do Sul, no município de Três Lagoas. Foram cubadas 175 árvores, nas quais foram mensurados os seus diâmetros nas alturas 0,1; 0,3; 0,7; 1,3; 2,5; 3,7m e assim sucessivamente, de 1,2 em 1,2 metros.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

### Acuracidade do modelo

Na Tabela 1 e na Figura 1 podem ser observados as estimativas dos parâmetros obtidas, bem como, as medidas de precisão e dispersão dos resíduos do Modelo 1 (ajuste “tradicional” do modelo de Schöepfer (1966), do 2 (substituição da variável “ $h_i$ ” por “ $H - h_i$ ”, sendo chamado de “ $H$  restrito”) e do 3 (substituição da variável “ $h_i$ ” por “ $H - h_i$ ” e adição da restrição  $d_i = D$  quando  $h_i = 1,3$ m, sendo chamada de “ $D$  e  $H$  restrito”).

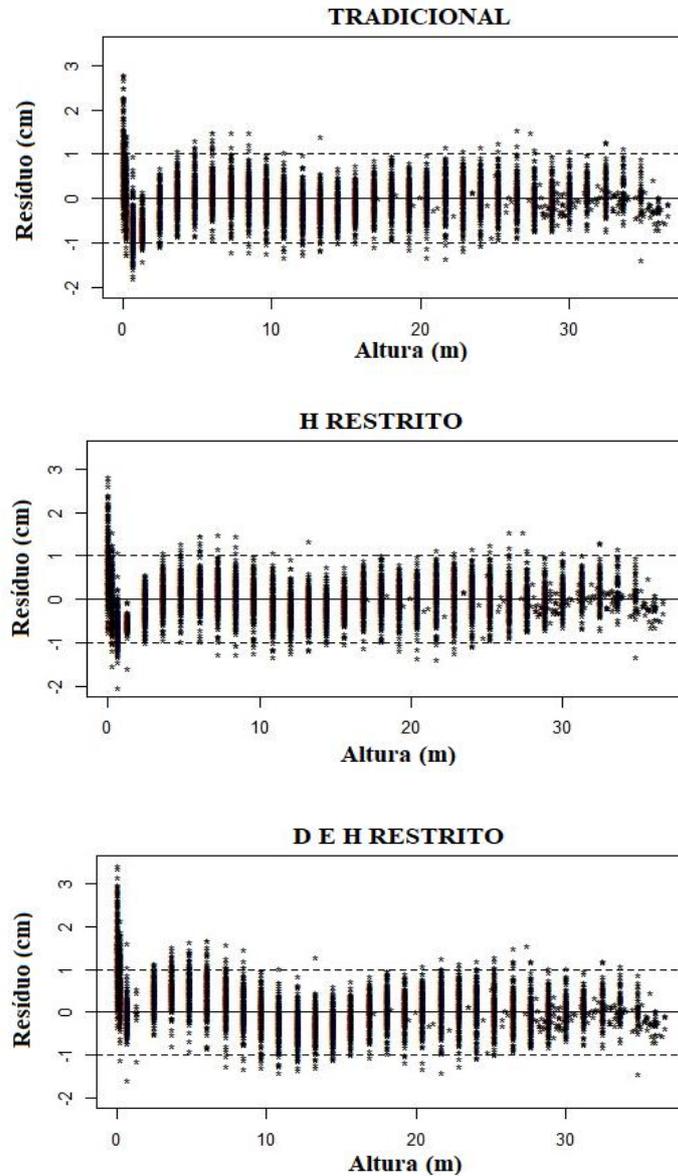
Houve uma melhora na precisão quando foi efetuada a substituição de “ $h_i$ ” por “ $H-h_i$ ”, com erro padrão residual em porcentagem menor que a forma original de ajuste (3,59% e 3,62% respectivamente). Na análise gráfica, com apenas essa alteração no modelo, há melhora sutil na redução da superestimação da base, ainda que o  $d_i$  continue superestimado.

Já o ajuste que considerou a substituição de “ $h_i$ ” por “ $H-h_i$ ” e, também que garante que  $d_i = D$  quando  $h_i = 1,3$  metros, obteve maior erro padrão residual em porcentagem (4,14%). Também pode ser observada uma maior tendenciosidade no gráfico de dispersão de resíduos, com picos mais expressivos que os ajustes anteriores, principalmente entre 0 e 10 m de altura.

## VI Encontro Brasileiro de Mensuração Florestal

**Tabela 1.** Estimativas dos parâmetros ( $b_i$ ),  $R^2$  ajustado e erro padrão residual em porcentagem ( $Sy_x\%$ ) dos modelos de Schöepfer (1966) e das duas variações da forma de ajuste

Equação	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$R^2$ ajustado	$Sy_x\%$
1	1,11592	-2,46431	10,77264	-26,91143	29,51707	-12,02648	0,9921	3,62
2	-	3,62380	-12,36466	26,27932	-26,43992	9,93105	0,9988	3,59
3	-	3,789571	-13,94653	30,99602	-31,91553	12,07647	0,9984	4,14



**Figura 1.** Distribuição dos resíduos (cm) ao longo das alturas ( $h_i$ ) para estimativa dos diâmetros considerando as três formas de ajuste.

### CONCLUSÃO

A substituição da variável “ $h_i$ ” por “ $H - h_i$ ” no modelo proposto por Schöepfer (1966) resultou em aumento da precisão das estimativas, por sua vez, o mesmo fato não foi observado na adição da restrição que garante a estimativa de  $d_i = D$  quando  $h_i = 1,3$  metros.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Assis, A. L. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. 2000. 189f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2000. Disponível em: <http://repositorio.ufla.br/jspui/handle/1/11774>. Acesso em: 22 Jun. 2023.
- Ferreira, M.L. **Estudo de funções de afilamento para representar o perfil e o volume do fuste de *Pinus taeda* L.** 2004. 200f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal), Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2004. Disponível em: <http://repositorio.ufla.br/jspui/handle/1/11807>. Acesso em: 22 Jun. 2023.
- Gordon, A. Comparison of compatible polynomial taper equations. **New Zealand Journal of Forestry Science**, v. 13, n. 2, p.146-155, 1983. Disponível em: [https://www.scionresearch.com/\\_\\_data/assets/pdf\\_file/0004/59593/NZJFS1321983Gordon146\\_155.pdf](https://www.scionresearch.com/__data/assets/pdf_file/0004/59593/NZJFS1321983Gordon146_155.pdf). Acesso em: 12 Jun. 2023.
- Goulding, C. J.; Murray, J. C. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. **New Zealand Journal of Forest Science**, v. 5, n. 3, p.313-322, 1976. Disponível em: [https://www.scionresearch.com/\\_\\_data/assets/pdf\\_file/0005/31001/NZJFS5197GOULDING313\\_322.pdf](https://www.scionresearch.com/__data/assets/pdf_file/0005/31001/NZJFS5197GOULDING313_322.pdf). Acesso em: 12 Jun. 2023.
- Kozak, A. My last words on taper equations. **Forestry Chronicle**, v. 80, n. 4, p.507-515, 2004. <https://doi.org/10.5558/tfc80507-4>.
- R Core Team. R: A language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing; 2020. Disponível em: <https://www.R-project.org/>. Acesso em: 07 Jun. 2023.
- Schöepfer, W. **Automatisierung des Massen, Sorten und Wertberechnung stenender Waldbestände Schriftenreihe Bad.** [S.l.]: Wurt-Forstl, 1966.
- Silva, M. L.; Jacovine, L. A. G.; Valverde, S. R. **Economia florestal**. 2.ed. Viçosa: Editora UFV, 2005. 178p.