



## FUNÇÃO DE AFILAMENTO PARA UM POVOAMENTO DE

### *Khaya grandifoliola* EM MINAS GERAIS

Pedro Alves Marques<sup>1</sup>, Juliana Fonseca Cardoso<sup>1</sup>, Marcelo Nunes Vilas Boas<sup>1</sup>, Anthoinny  
Vittória dos Santos Silva<sup>1</sup>, Luiana Rolim de Azevedo<sup>1</sup>, Lucio Valerio de Oliveira Neto<sup>1</sup>,  
Gilciano Saraiva Nogueira<sup>1</sup>, Marcio Leles Romarco<sup>1</sup>

1 Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Diamantina, MG, Brasil. E-mail:  
alves.marques@ufvjm.edu.br; juliana.cardoso@ufvjm.edu.br; boas.marcelo@ufvjm.edu.br;  
anthoinny.silva@ufvjm.edu.br; luiana.azevedo@ufvjm.edu.br; valerio.lucio@ufvjm.edu.br;  
gilciano.nogueira@ufvjm.edu.br; marcioromarco@ufvjm.edu.br  
Autor correspondente: Pedro Alves Marques. E-mail: alves.marques@ufvjm.edu.br.

### RESUMO

O *Khaya grandifoliola* ou Mogno Africano, é uma espécie nativa das regiões de florestas tropicais úmidas da África Ocidental e tem sido cada vez mais introduzido em plantios no Brasil. Por apresentar um elevado valor agregado em sua madeira é essencial quantificar o estoque de toras e compreender suas possibilidades de uso diversificadas, visto isto o presente estudo tem por objetivo gerar equações de afilamento para *Khaya grandifoliola*. Foram testados os modelos de Garay, Garcia *et al.* e Schöepfer. Os dados utilizados são provenientes da cubagem rigorosa, realizada em um plantio de 20 hectares, com 60 meses de idade, sendo que as árvores estão em um espaçamento de 5m x 5m. Os modelos foram avaliados por meio de estatísticas de precisão, gráficos de resíduos e propriedades desejadas. Os resultados apresentam um desempenho satisfatório de todos os modelos com destaque para o modelo de Garay.

**Palavras-chave:** Espécie exótica; cubagem rigorosa; manejo florestal

## TAPER FUNCTION FOR A *Khaya grandifoliola* STAND IN MINAS GERAIS, BRAZIL

### ABSTRACT

*Khaya grandifoliola* or African Mahogany, is a species native to the regions of rainforests in West Africa and has been increasingly introduced in plantations in Brazil. Due to its high added value in its wood, it is essential to quantify log stocks and understand their diverse possibilities of use. Therefore, the objective of this study is to generate taper equations for *Khaya grandifoliola*. The models tested were Garay, Garcia *et al.*, and Schöepfer. The data used were obtained from rigorous volume measurements conducted in a 20-hectare plantation, with trees at 60 months of age and spaced at 5m x 5m. The models were evaluated using precision statistics, residual plots, and desired properties. The results show satisfactory performance for all models, with the Garay model standing out.

**Key words:** Exotic species; rigorous cubing; forest management



### INTRODUÇÃO

O *Khaya grandifoliola*, ou Mogno Africano, é uma espécie nativa das regiões de florestas tropicais úmidas da África Ocidental. Apesar de ser uma espécie exótica o Mogno Africano, apresenta-se apto a plantio em diferentes condições edafoclimáticas brasileiras (Casaroli *et al.*, 2018), e tem sido cada vez mais introduzido em plantios no Brasil. O Mogno Africano tem como principal produto econômico sua madeira, que é amplamente valorizada no mercado interno e externo de madeiras nobres (Ribeiro *et al.*, 2017).

Por apresentar um elevado valor agregado em sua madeira é essencial quantificar o estoque de toras e compreender suas possibilidades de uso diversificadas, para isto, é preciso empregar técnicas que permitam medir e avaliar com precisão os produtos gerados (Leite *et al.*, 2006). Uma ferramenta eficaz para este propósito é a análise da forma dos troncos das árvores, também conhecida como afilamento (*taper*), comumente realizado por meio de modelos matemáticos que representam a forma do tronco das árvores, possibilitando a estimativa do diâmetro para qualquer altura ao longo do fuste ou vice-versa, bem como do volume das árvores (Campos & Leite, 2017).

Em posse das estimativas geradas pela equação de afilamento e os preços de mercado dos subprodutos gerados pelas toras é possível simular diferentes cenários de uso da floresta possibilitando a maximização da receita (Costa *et al.*, 2016). Segundo Ribeiro *et al.* (2017) existe uma carência em estudos sobre o manejo florestal da espécie no Brasil, visando contribuir para supri-la o presente trabalho tem como objetivo gerar equações de afilamento para a *Khaya grandifoliola*.

### MATERIAL E MÉTODOS

A área de estudo está situada na propriedade rural Fazenda das Pedras, no município de Curvelo, em Minas Gerais, Brasil, nas coordenadas 19°3'2.65" latitude Sul e 44°35'51.34" longitude Oeste, com uma elevação de 711 metros. O clima na região é classificado como Aw, segundo a classificação de Köppen, com uma temperatura média anual de 23°C e uma umidade relativa média do ar de 67,2%. A precipitação anual na região é caracterizada por três meses de seca (junho, julho e agosto) e varia entre 1.100 e 1.200mm anualmente (INMET, 2018).

Os dados utilizados são provenientes de uma cubagem rigorosa, realizada em fevereiro de 2019, em um plantio com 60 meses de *Khaya grandifoliola*, sob um arranjo de 5m x 5m, em uma área de 20 hectares. A cubagem rigorosa, deu-se por meio do abate de alguns indivíduos do povoamento, para estimar o volume, foram selecionados três indivíduos por classe de D (diâmetro à altura do peito de 1,30 metros), com amplitude de 3,0 cm. A cubagem das árvores foi realizada usando o método de Smalian e as medidas dos diâmetros com casca foram obtidas nas alturas de 0,1 m, 0,5 m, 1,0 m, 1,30 m, 2,0 m, e a partir de 2,0 de 1,0 em 1,0m até um diâmetro comercial de 4 cm. Em cada posição de medição do diâmetro foram efetuadas duas medições perpendiculares, sendo o diâmetro considerado a média entre as medidas.

Foram geradas equações de afilamento por meio de modelos de regressão linear e não linear

(Tabela 1).

**Tabela 1.** Modelos de afilamento ajustados para o povoamento de Mogno Africano

| Número | Modelo  | Autor                       |
|--------|---|-----------------------------|
| 1      | $\frac{d_{ij}}{D_i} = \beta_0 \left( 1 - \beta_1 \ln(1 - \beta_2 h_{ij}^{\beta_3} H_i^{-\beta_3}) \right) + e_{ij}$   | Garay (1979)                |
| 2      | $\left( \frac{d_{ij}}{D_i} \right)^2 = \beta_0 + \beta_1 \sqrt{\frac{h_{ij}}{H_i}} + \beta_2 \left( \frac{h_{ij}}{H_i} \right) + e_{ij}$  | Garcia <i>et al.</i> (1993) |
| 3      | $\frac{d_{ij}}{D_i} = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_{ij}}{H_i} \right) + \beta_2 \left( \frac{h_{ij}}{H_i} \right)^2 + \beta_3 \left( \frac{h_{ij}}{H_i} \right)^3 + \beta_4 \left( \frac{h_{ij}}{H_i} \right)^4 + \beta_5 \left( \frac{h_{ij}}{H_i} \right)^5 + e_{ij}$ | Schöepfer (1966)            |

Em que:  $H_i$  = altura total da árvore (m);  $D_i$  = diâmetro a 1,30 m do solo (cm);  $\beta_i$  = parâmetros do modelo;  $d_{ij}$  = diâmetro na altura  $h_{ij}$  (cm);  $h_{ij}$  = altura onde ocorre o diâmetro  $d_{ij}$  (m).

Os ajustes foram avaliados por meio das estatísticas de qualidade: coeficiente de correlação ( $r_{y\hat{y}}$ ) e o erro padrão da estimativa ( $S_{yx}$ ). Além das estatísticas foi realizada a análise gráfica dos resíduos. Além das análises estatísticas e gráficas de precisão, foram utilizadas algumas premissas baseadas em propriedades desejáveis nas equações de afilamento. A comparação entre o volume estimado por afilamento e o volume estimado pela equação de Schumacher & Hall (1933). Além disto, verificou-se se o valor de  $d = 0$  correspondia a  $h = H$  e se o valor estimado de  $d$  na altura de 1,30 m era igual ao  $D$ . A igualdade entre os valores foi avaliada por meio do teste  $t$  com nível de significância de 5%.

Para ajuste dos modelos lineares foi utilizado o método dos mínimos quadrados ordinários (Legendre, 1805). Para ajuste do modelo não linear o método Levenberg-Marquardt (Almeida *et al.*, 2020). O processamento dos dados e as análises foram realizadas por meio dos softwares, R versão 2022.02.3+492 (R Core Team, 2023) com apoio da plataforma RStudio versão 09.1.372 (RStudio Team, 2023).

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

De acordo com a Tabela 2 todos os modelos apresentaram alto valor de correlação, destaque para o modelo de Garay que apresentou o maior valor, indicando uma alta correção entre as variáveis dependentes e independentes. O erro padrão da estimativa obteve menor valor no modelo de Schöepfer, de forma geral está métrica apresentou um valor de moderado a baixo apontando que os modelos estimam de forma eficiente ao se comparar com as observações.

**Tabela 2.** Estimativas dos parâmetros e estatísticas de ajuste dos modelos de afilamento ajustados para um povoamento de Mogno africano (*Khaya grandifoliola*) em Curvelo, Minas Gerais

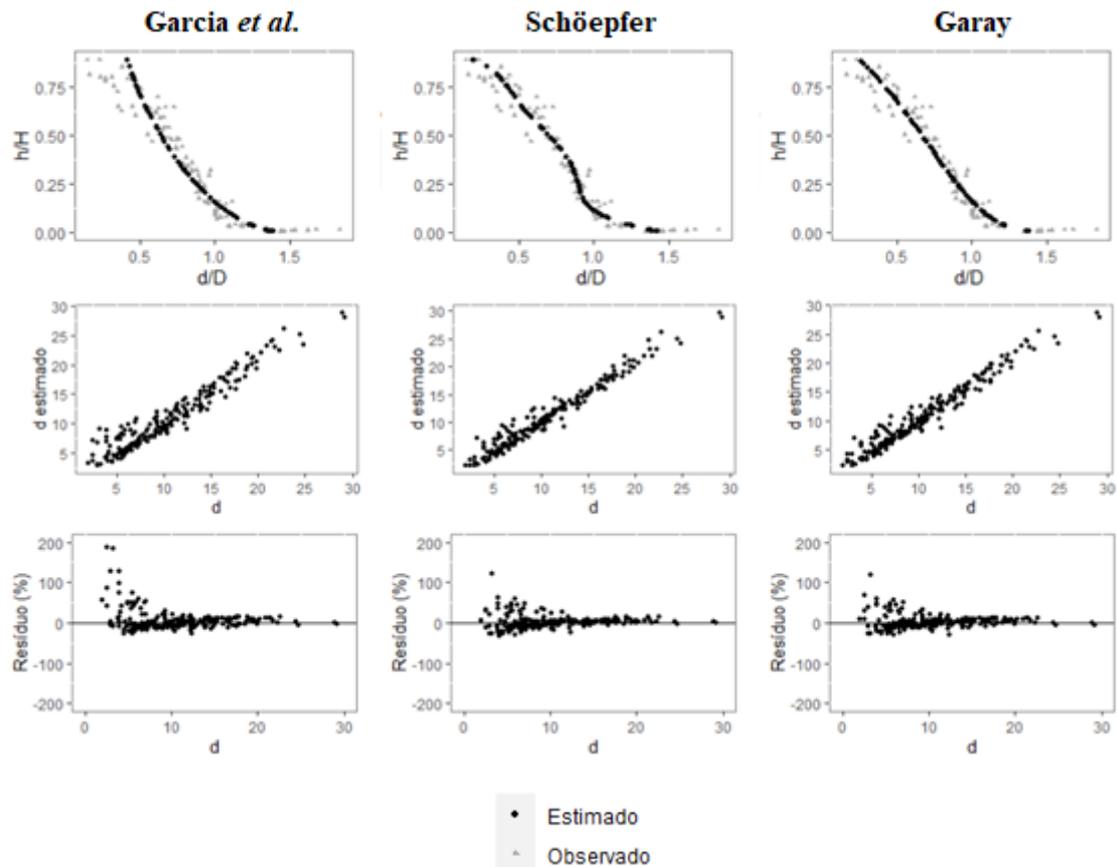
| Modelo               | $b_0$  | $b_1$   | $b_2$   | $b_3$    | $b_4$    | $b_5$    | $r_{y\hat{y}}$ | $S_{yx}$ |
|----------------------|--------|---------|---------|----------|----------|----------|----------------|----------|
| Garay                | 3,1510 | 0,1293  | 0,9994  | 0,0025   | -        | -        | 0,98           | 1,23     |
| Garcia <i>et al.</i> | 2,2388 | -3,7780 | 1,6825  | -        | -        | -        | 0,96           | 1,56     |
| Schöepfer            | 1,4793 | -7,4584 | 37,9577 | -92,3870 | 100,1900 | -40,2003 | 0,91           | 1,17     |

Em que:  $b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$  = estimativas dos parâmetros dos modelos de afilamento;  $r_{y\hat{y}}$  = coeficiente de correlação;  $S_{yx}$  = erro padrão da estimativa.

Por meio das análises gráficas observa-se que de forma geral todos os modelos testados apresentaram uma dispersão maior do resíduo nas secções de menor diâmetro, tendendo a

## VI Encontro Brasileiro de Mensuração Florestal

superestimá-los. A relação entre a variação de  $h/H$  em relação a  $d/D$  é evidenciada no modelo de Garay e Schöpfer, ambos apresentaram uma curva de perfil de tronco bem adaptada aos dados, sugerindo uma forma cônica do tronco, os dois modelos contam uma dispersão reduzida dos resíduos em diâmetros superiores a 10cm (Figura 1). Por outro lado, o modelo de Garcia *et al.* exibe um ajuste não tão satisfatório quanto os modelos anteriores, este manifestou uma baixa adesão da curva aos dados e uma maior dispersão dos resíduos principalmente em secção de menores diâmetro.



**Figura 1.** Perfil do tronco; relação dos diâmetros (cm) estimados em função dos observados; e análise gráfica dos resíduos utilizando-se os modelos de Garcia *et al.*, Schöpfer e Garay, para as árvores de um povoamento de Mogno africano (*Khaya grandifoliola*) em Curvelo, Minas Gerais

Avaliando as premissas que foram testadas para cada modelo de afilamento,  $d = 0$  correspondia a  $h = H$ , se o valor estimado de  $d$  na altura de 1,30 m era igual ao  $D$  e o volume obtido por meio das equações de afilamento e o estimado pela equação de volume eram iguais, observa-se que os modelos de Garcia *et al.* e Garay cumpriram apenas a premissa de que o volume de afilamento semelhante ao volume da equação de volume, já o modelo de Schöpfer atendeu somente a premissa da seção à altura de 1,30 m ser igual ao  $D$ .

O modelo de Garay apresentou melhor desempenho de forma geral devido à sua capacidade de fornecer estimativas consistentes das três variáveis abordadas no estudo ( $d$ ,  $h$  e  $V$ ), demonstrando uma precisão aceitável. Segundo Leite *et al.* (2006), o modelo de Garay demonstra flexibilidade adequada para descrever as variações de forma em árvores de diferentes espécies e

## VI Encontro Brasileiro de Mensuração Florestal

tamanhos, mantendo-se consistente em relação às variáveis D (diâmetro), H (altura) e V (volume).

### CONCLUSÃO

A equação gerada do ajuste do modelo de Garay foi identificada como a mais apropriada para estimar o perfil de afilamento dos troncos de *Khaya grandifoliola*.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almeida, G.C., Marcucci, L.W., Pinto, E.R., Oliveira, M.H., Florentino, H.O., Cantene, D.R., Jones, D.F. Programação por metas para ajuste não linear. **Trends in Computational and Applied Mathematics**, v.21, n.2, p.249-259, 2020. <https://doi.org/10.5540/tema.2020.021.02.249>.
- Campos, J.C.C.; Leite, H.G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. 5.ed. Viçosa: Editora UFV, 2017. 636p.
- Casaroli, D.; Rosa, F. de O.; Alves, J.; Evangelista, A. W. P.; Brito, B. V. de; Pena, D. S. Aptidão edafoclimática para o Mogno-Africano no Brasil. **Ciência Florestal**, v. 28, n. 1, p.357-368, 2018. <https://doi.org/10.5902/1980509831606>.
- Costa, E. A.; Finger, C. A. G.; Schneider, P. R.; Hess, A. F. Função de afilamento e sortimentos de madeira para *Araucaria angustifolia*. **Ciência Florestal**, v. 26, n. 2, p.523-533, 2016. <https://doi.org/10.5902/1980509822753>.
- Garay, L. **Tropical forest utilization system**. VIII. A taper model for entire stemprofile including buttressing. Seattle: College of Forest Resources; Institute of Forest Products; University of Washington, 1979. 64 p. (Tropical forest utilization system, 8. Contribution, 36).
- Garcia, S. L. R.; Leite, H. G.; Yared, J. A. G. Análise do perfil do tronco de morototó (*Didymopanax morototoni*) em função do espaçamento. In: Congresso Florestal Panamericano, 1.; Congresso Florestal Brasileiro, 7., 1993, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBS; SBEF, 1993. v. 2, p.485-491. Disponível em: <https://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/item/187522/1/Analise-do-perfil-do-tronco.pdf>. Acesso em: 21 Abr. 2023.
- Instituto Nacional de Meteorologia - INMET. **Gráficos de precipitação**. 2018. [http://www.inmet.gov.br/portal/index.php?r=home/page&page=rede\\_estacoes\\_conv\\_gaf](http://www.inmet.gov.br/portal/index.php?r=home/page&page=rede_estacoes_conv_gaf). 22 Jun. 2023.
- Legendre A. **Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes**. Paris: Chez Firmin Didot, 1805. 81p.
- Leite, H. G.; Gama, J. R. V.; Cruz, J. P.; Souza, A. L. Função de afilamento para *Virola surinamensis* (Roll.) Warb. **Revista Árvore**, v.30, n.1, p.99-106, 2006. <https://doi.org/10.1590/S0100-67622006000100012>.
- R Core Team. R: A language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2023. <http://www.r-project.org/>. 15 Abr. 2023.
- Ribeiro, A.; Ferraz Filho, A. C.; Scolforo, J. R. S. O Cultivo do mogno africano (*Khaya* spp.) e o crescimento da atividade no Brasil. **Floresta e Ambiente**, v.24, e00076814, 2017. <https://doi.org/10.1590/2179-8087.076814>.
- RStudio INC. **RStudio Server** – RStudio, 2023. <https://www.rstudio.com/products/rstudio-server/>. 15 Abr. 2023.
- Schöepfer, W. **Automatisierung des massen, sorten und wertberechnung stenender Waldbestände Schriftenreihe Bad**. Berlin: Wurt-Forstl, 1966. n.p.
- Schumacher, F.X.; Hall, F. S. Logarithmic expression of tree volume. **Journal of Agricultural Research**, v. 47, n. 9, p.719-734, 1933. Disponível em: <https://naldc.nal.usda.gov/download/IND43968352/PDF>. Acesso em: 21 Abr. 2023.